

Kurzfassung der Dissertation

Generische Methoden zur Lösung mehrdimensionaler Wellendigital-Algorithmen

Georg Hetmanczyk, Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Ruhr-Universität Bochum

Eine Vielzahl von physikalischen Vorgängen lässt sich mit Hilfe von partiellen Differentialgleichungen modellieren. Die Lösung solcher Gleichungen ist in Forschung und Entwicklung von großer Bedeutung, da sie etwa Vorhersagen über das Verhalten eines Systems ermöglicht, ohne das System selbst aufzubauen. Die analytische, exakte Lösung partieller Differentialgleichungen ist allerdings nur in den einfachsten Fällen möglich. Man bedient sich daher numerischer Integrationsverfahren, um die Lösung mit Hilfe von Algorithmen auf Computern zu approximieren.

Ein numerisches Integrationsverfahren, welches sich unter allen Verfahren durch besonders günstige Stabilitätseigenschaften auszeichnet, ist die Wellendigital-Methode. Die Grundidee der Methode ist, die wesentlichen Eigenschaften der Passivität und Lokalität eines dynamischen physikalischen Systems auf das diskrete System (den Algorithmus) zu übertragen. Die guten Stabilitätseigenschaften eines Wellendigital-Algorithmus resultieren daraus, dass im Idealfall sämtlichen Teilkomponenten des diskreten Systems die Eigenschaft der Passivität zugesprochen werden kann. Dabei besitzen Wellendigital-Algorithmen eine Genauigkeit zweiter Ordnung und lassen sich auch bei nichtlinearen Systemen effizient auf Parallelrechnern ausführen.

Trotz dieser guten Eigenschaften ist die Wellendigital-Methode doch mit massiven Nachteilen behaftet, welche die industrielle Verwendung unattraktiv machen. Hierzu zählt erstens die erhebliche Sachkenntnis, die für die Synthese und Implementierung eines Wellendigital-Algorithmus mit den gewünschten Eigenschaften benötigt wird. Zweitens erweist sich gerade die exakte Nachbildung des energetischen Verhaltens bei schnell veränderlichen Lösungen als ungünstig, da sich die hierbei verhältnismäßig großen Approximationsfehler ungedämpft im diskreten System fortpflanzen. Wellendigital-Algorithmen in ihrer bisherigen Form liefern bei entsprechenden Testaufgaben aus der Fluidodynamik unphysikalische Oszillationen, welche auf unbrauchbare Ergebnisse führen. Ähnliche Schwierigkeiten können bei der Nachbildung von Systemen auftreten, bei denen gar kein passives physikalisches Modell zu Grunde liegt.

Die Arbeit setzt bei den genannten Problemen an: Es werden generische Methoden entwickelt, um die Umsetzung von mehrdimensionalen Wellendigital-Algorithmen auf dem Computer wesentlich zu vereinfachen und hierbei die erforderliche Sachkenntnis zu reduzieren. Zudem wird die Wellendigital-Methode derart erweitert, dass eine gezielte Unterdrückung von unerwünschten Oszillationen möglich ist. Dies geschieht durch Verwendung von linearen Mehrschritt-Verfahren (LMS-Verfahren) statt der bisher verwendeten Trapez-Regel zur Approximation der partiellen Differentialgleichungen. Es werden theoretische Überlegungen für die Auswahl geeigneter LMS-Verfahren angestellt, und zwar im Hinblick auf die Konvergenzeigenschaften, sowie auf die Tendenz, unerwünschte Oszillationen zu erzeugen bzw. zu unterdrücken. Alle mit der Erweiterung verbundenen Aspekte werden ganz im Sinne einer generischen Programmierung angegangen.

Mit den Methoden dieser Arbeit ist der generische Löser WDSolve entwickelt worden, welcher problemunabhängige Aspekte der Wellendigital-Methode gekapselt realisiert und sich frei für eine konkrete Problemstellung konfigurieren lässt. WDSolve vereinfacht die Verwendung der Wellendigital-Methode wesentlich und ist bereits erfolgreich in mehreren Abschlussarbeiten verwendet worden. Wie sich zudem herausstellt, ist die Verwendung von dissipativen LMS-Verfahren für die Unterdrückung von unerwünschten Oszillationen zielführend. Damit ist der Kreis der lösbaren partiellen Differentialgleichungen deutlich erweitert worden und zwar unter Beibehaltung der günstigen Stabilitätseigenschaften, der Konvergenzordnung und des massiven Parallelismus.